

Elementare Herleitung der Dirac-Gleichung. V

Hans Sallhofer

Z. Naturforsch **36a**, 1386–1387 (1981);
received October 30, 1981

Elementary Derivation of the Dirac Equation. V

The superfluosness of the concept of matter waves is under consideration.

De Broglie hat ausgehend vom Licht die Welle-Teilchen-Dualität auf die allgemeine Materiepartikel übertragen [1]. Die Analogisierung von Photen-Bewegung und Lichtwelle einerseits und Partikel-Bewegung und Materiewelle andererseits war allerdings nicht ideal. Denn Photonen laufen im Vakuum immer mit Signalgeschwindigkeit, desgleichen das Wellenlicht. Partikel dagegen laufen immer unterlichtgeschwind, oder sie stehen, und die zugeordneten Materiewellen gehen — Konsequenz der vollständigen Analogie — mit ihrer Phase schneller als das Signal, obschon die Gruppengeschwindigkeit mit der Teilchengeschwindigkeit übereinstimmt.

Daß die Materiewelle in gewisser Weise schneller geht als das Licht, ist ihre grundsätzliche Schwierigkeit. Nicht nur aus relativistischer Sicht kann man ihr so keine Materie zudenken. Ihre praktische Sonderheit: Wann immer Materiewellen nachgewiesen wurden, waren sie in ihrer Struktur quasiolektromagnetisch. Somit sollten sie höchstens lichtgeschwind sein. Es stellt sich die Frage: Ist eine besondere Materiewelle entbehrlich?

Die Hamilton-Analogie [2] stellt dem Licht den Massenpunkt gegenüber: Ein Lichtstrahl verhält sich in einer Brechung wie ein Körper in einem Potential. In dieser Entsprechung stellte Schrödinger [3] der klassischen Lichtgleichung das differentielle mechanische Analogon gegenüber, nämlich die Differentialgleichung, deren Lösungen Materiewellen beschreiben sollen. Schrödinger mochte sich aber zeitlebens nicht auf eine phänomenologische Interpretation der Lösungen seiner Gleichung festlegen. — Was soll die Schrödinger-

funktion bedeuten? Sie meint sicher keinen Ladungsskalar, die „verschmierte Ladung“ war wegen mehrfacher Widersprüche nicht zu halten; auch keinen Masseskalar, denn „verschmierte Masse“ fließt nicht mit Überlichtgeschwindigkeit. Sie mag auch kein elektromagnetisches Feld bedeuten, wieder wegen der Überlichtgeschwindigkeit. Als letzter Ausweg bietet sich an eine Verhaftung der Schrödingerfunktion mit einem immateriellen Substrat, einer Aufenthaltswahrscheinlichkeit. Dieser Weg, von Born beschritten, wurde von Einstein für immer verworfen [4].

Vor einiger Zeit wurde gezeigt [5], daß die relativistische Wellenmechanik isomorph ist zu der ladungsfreien Elektrodynamik:

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \mathbf{H} &= (\varepsilon/c) \dot{\mathbf{E}}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -(\mu/c) \dot{\mathbf{H}}, \\ \operatorname{div} \mathbf{H} &= \operatorname{div} \mathbf{E} = 0.\end{aligned}\tag{1}$$

Man kann also, zunächst rein formal, mit Hilfe der Elektrodynamik alles das sagen, was die Wellenmechanik und ihre relativistische Version zu sagen vermögen. Darüber hinaus fällt aber in der Elektrodynamik die essentielle Schwierigkeit mit dem überlichtschnellen Gang der Wellen fort. Die überlichtgeschwinden Wellen in den Lösungen von (1) erweisen sich nämlich als reine Phasenwellen ohne Energietransport.

Natürlich sind die gängigen Modelle der Wellenmechanik, insbesondere das Wasserstoffmodell, in der Elektrodynamik nicht unterzubringen. Da nämlich (1) ladungsfrei ist, kann hier kein Modell in Frage kommen, in dem etwa ein Umlaufelektron eine Rolle spielt. Die elektrodynamische Interpretation schildert denn auch das Wasserstoffatom als ein Photon-Photon-System [6], das sich bei näherem Hinsehen als standfester erweist als das Proton-Elektron-System der Wellenmechanik.

Andererseits kann derjenige, der einer probabilistischen Deutung nach Born zuneigt, einfach sagen: Der reelle Ausdruck

$$\Psi^* \Psi = \mathbf{E} \mathbf{E}^* + \mathbf{H} \mathbf{H}^* = E^2 + H^2\tag{2}$$

aus [5] (7), der sich aus den komplexen Lösungen der Elektrodynamik (1) entnehmen lässt, bedeutet eine Aufenthaltswahrscheinlichkeit. — Da den Lösungsfeldern von (1) immer ein Zweikörper-

Sonderdruckanforderungen an Dr. H. Sallhofer, Fischerstraße 12, A-5280 Braunau.

system zugeordnet ist [6], kann er dann dem Ausdruck (2) nach Belieben Zweikörper-Modelle unter-

stellen, und der Umweg über die Materiewelle kann entfallen.

[1] L. de Broglie, *Ondes et Mouvements*, Gauthier-Villars, Paris 1926.

[2] W. R. Hamilton, *Transact. Roy. Irish Acad.* **15** (1828), **16** (1830) und **17** (1837).

[3] E. Schrödinger, *Ann. d. Phys.* (4) **79**, 361 (1926).

[4] Albert Einstein — Hedwig und Max Born, *Briefwechsel 1916—1955*, Nymphenburger Verlagshandlung GMBH, München 1969.

[5] H. Sallhofer, *Z. Naturforsch.* **33a**, 1378 (1978).

[6] H. Sallhofer, *Z. Naturforsch.* **35a**, 995 (1980).