Eine anschauliche Deutung der Feinstrukturanomalie des Positroniums

Von Walter Humbach

Forschungslaboratorium der Siemens-Schuckertwerke Erlangen AG

(Z. Naturforschg. **10a**, 347 [1955]; eingeg. am 2. März 1955)

Der 1 S-Grundzustand des aus einem Elektron-Positron-Paar bestehenden Positroniums ist in einen $^1S_0$- und einen $^3S_1$-Term aufgespalten. Die Größe dieser Feinstruktur wird durch die Spin-Spin-Wechselwirkung nur etwa zur Hälfte beschrieben. Der verbleibende Rest, die sog. Feinstrukturanomalie des Positroniums[1], wurde z. B. in einer Theorie von Berestetski[2, 3] durch virtuelle Zwischenzustände erklärt. In diesen kann man sich das Triplett-Positronium durch die für den normalen Zerfall verbotene Einquanten-Vernichtung kurzzeitig zerfallen denken. Die zu den Zwischenzuständen gehörende Störenergie wird von Berestetski durch ein zur räumlichen δ-Funktion proportionales Störpotential beschrieben.

Für eine andere Feinstrukturanomalie, den Lambshift[4, 5] des Wasserstoffs, hatte schon früher Welton[6] eine anschauliche Deutung des physikalischen Sachverhaltes angegeben und begründet. Die Wechselwirkung des Elektrons mit den Nullpunktsschwankungen des Strahlungsfeldes wird dabei ebenfalls durch ein zur räumlichen δ-Funktion proportionales Störpotential beschrieben.

Trotz der Verschiedenheit der physikalischen Grundvorstellungen legt die angedeutete formale Analogie die nachfolgende anschauliche Deutung der Anomalie der Positroniumfeinstruktur nahe.

Nimmt das Triplett-Positronium einen virtuellen Zwischenzustand ein, in dem es in ein Quant zerfallen ist, so muß es sich zur Erhaltung des Impulses unmittelbar danach wieder materialisieren. Die Unbestimmtheitsrelation fordert dabei, daß der Relativabstand von Elektron und Positron nach der Materialisierung bis auf eine kleine Verrückung $\mathfrak{x}$ von der Größenordnung der Compton-Wellenlänge erhalten bleibt. Sieht man also den Ort z. B. des Elektrons im Rahmen der Bewegungsgleichung für seine Wellenfunktion als bestimmt an, so unterliegt dieser Ort zusätzlich momentanen Schwankungen. Das Elektron mißt daher bei Berücksichtigung der virtuellen Zwischenzustände an der Stelle $\mathfrak{r}$ nicht mehr das Potential $V(\mathfrak{r})$ seiner Schrödinger-Gleichung, sondern das Potential $\overline{V(\mathfrak{r}+\mathfrak{x})}$. Der Strich bedeutet einen Mittelwert über die vorkommenden Verrückungen $\mathfrak{x}$. Als Zusatzenergie δE für die virtuellen Zwischenzustände ergibt sich also

$$\delta E = -e \int \psi^* \left(\overline{V(\mathfrak{r}+\mathfrak{x})} - V(\mathfrak{r})\right) \psi \, \mathrm{d}\mathfrak{r} . \qquad (1)$$

Entwickelt man $V(\mathfrak{r}+\mathfrak{x})$ in eine Taylor-Reihe nach den Komponenten ξ, η, ζ des Vektors $\mathfrak{x}$ und mittelt über diese Komponenten, so fallen in (1) die Glieder nullter und erster Ordnung und die gemischten Glieder zweiter Ordnung fort. Berücksichtigt man ferner, daß $\overline{\xi^2} = \overline{\eta^2} = \overline{\zeta^2} = \overline{\mathfrak{x}^2}/3$ ist, so ergibt sich wie bei Welton durch Abbrechen nach dem quadratischen Glied

$$\delta E = (-\overline{e\,\mathfrak{x}^2}/6) \int \psi^* \, \Delta V \psi \, \mathrm{d}\mathfrak{r} . \qquad (2)$$

Hier wirkt $\Delta V = -4\pi\varrho_{\text{Positron}}$ wegen der Kleinheit des Positronradius wie eine räumliche δ-Funktion. Für $\sqrt{\overline{\mathfrak{x}^2}}$ wählen wir die charakteristisch quantenelektrodynamische Größe $\lambda_c/2\pi$ = Compton-Wellenlänge/2π. So ergibt sich wegen $\psi^2(0) = 1/(8\pi a_{\mathrm{H}}^3)$ als gesuchte Anomalie im Grundzustand

$$\delta E = (1/6)\, \alpha^2 \, \mathrm{Ry}_\infty . \qquad (3)$$

Die konsequente Rechnung z. B. nach Berestetski ergibt den dreifachen Wert. Da jedoch die Festsetzung $\overline{\mathfrak{x}^2} = (\lambda_c/2\pi)^2$ aus der Anschauung nur qualitativ begründet werden kann, ist diese Diskrepanz für den anschaulichen Inhalt der Ableitung wohl ohne Bedeutung.

[1] M. Deutsch u. Mitarbb., Phys. Rev. **82**, 455 [1951]; **83**, 207 [1951]; **84**, 601 [1951]; **85**, 1047 [1952].
[2] W. B. Berestetski u. L. D. Landau, J. exp. theor. Phys. USSR **19**, 673 [1949].
[3] W. B. Berestetski, J. exp. theor. Phys. USSR **19**, 1130 [1949].
[4] W. E. Lamb u. R. C. Retherford, Phys. Rev. **72**, 241 [1947].
[5] H. A. Bethe, Phys. Rev. **72**, 339 [1947].
[6] T. A. Welton, Phys. Rev. **74**, 1157 [1948].

Strahlungsdämpfung in Teilchenbeschleunigern mit kreisförmigem, fokussierendem Führungsfeld

Von Walter Humbach

Siemens-Reiniger-Werke AG, Erlangen, jetzt Forschungslaboratorium der Siemens-Schuckertwerke AG, Erlangen

(Z. Naturforschg. **10a**, 347—348 [1955]; eingeg. am 2. März 1955)

Für $\dot{E}$, den Energieverlust je Zeiteinheit einer mit der Geschwindigkeit $\mathfrak{v}$ bewegten Ladung e, liefert die Relativitätstheorie den Ausdruck

$$\dot{E} = -\frac{e^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3} \frac{\dot{\mathfrak{v}}^2 - [\mathfrak{v}, \dot{\mathfrak{v}}/c]^2}{(1-\beta^2)^3} . \qquad (1)$$

Mit $\dot{v} = \omega^2 R_s$ erhält man hieraus für Teilchen, die mit der Frequenz ω genau auf dem Sollkreis R_s eines Teilchenbeschleunigers laufen, den schon mehrfach, z. B. von Neumann[1], diskutierten Ausdruck

$$\dot{E} = -\frac{e^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3} \frac{\omega^4 R_s^2}{(1-\beta^2)^2} , \qquad (2)$$

der sicher auch für sehr hohe Energien den Energieverlust richtig wiedergibt.

Bei Abweichungen vom Sollkreis überlagern sich der Kreisbahn noch die durch die radiale Inhomogenität des Magnetfeldes erzwungenen radialen und axialen Schwingungen, so daß

[1] M. Neumann, Phys. Rev. **90**, 682 A [1953].

Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitalized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition “no derivative works”). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

$$\dot{v}^2 = (-\omega^2 R + \ddot{r})^2 + \ddot{z}^2 \tag{3}$$

zu setzen ist. r und z sind die Abweichungen der Bahn vom Sollkreis, sie genügen den Gleichungen

$$\ddot{r} + (1-n)\,\omega^2 r = 0\,, \quad \ddot{z} + n\,\omega^2 z = 0\,,$$

$$n = -(\mathrm{d}\log B\,(R)/\mathrm{d}\log R)_{R=R_s}\,, \tag{4}$$

wo $B(R)$ die magnetische Flußdichte an der Stelle R ist. Für das mittlere Beschleunigungsquadrat ergibt sich also allgemeiner

$$\overline{\dot{v}^2} = \omega^4\,(R_s^2 + \overline{(1-n)^2 r^2} + \overline{n^2 z^2})\,. \tag{5}$$

Falls $n \gg 1$, $\overline{z^2} \approx \overline{r^2} \lessapprox r^2_{\max}/2$ gesetzt wird (stark fokussierendes Synchrotron mit abschnittsweise konstantem n, Courant, Livingston und Snyder[2]), folgt

$$\overline{\dot{v}^2} \lessapprox \omega^4\,(R_s^2 + n^2 r^2_{\max})\,. \tag{6}$$

Eine obere Schranke für $r_{\max}$ erhält man aus dem Ansatz $B(R_s + r) = B(R) - n \cdot B(R_s)\, r/R_s$ für das Magnetfeld, indem man $B(R_s + r_{\max}) = 0$ setzt:

$$n\, r_{\max} \lessapprox R_s\,. \tag{7}$$

[2] E. D. Courant, M. S. Livingston u. H. S. Snyder, Phys. Rev. 88, 1190 [1952].

Die Berücksichtigung der radialen Inhomogenität des Magnetfeldes erzeugt also in Gl. (2) eine Zusatzdämpfung, welche die Größenordnung der auf Grund des Umlaufes auf der Sollkreisbahn zu erwartenden Strahlungsdämpfung erreichen *kann*. Welche Strahlungsdämpfung *tatsächlich* zu berücksichtigen ist, ergibt sich erst aus den Einzeldaten des Beschleunigers. Insbesondere ist der halbe Kammerdurchmesser im allgemeinen wohl kleiner als das nach Gl. (7) abgeschätzte $r_{\max}$ und die Schwingungsamplitude der Teilchen hängt gegen Ende der Beschleunigung davon ab, wie weit während der Beschleunigung die adiabatische Bahnkontraktion (sog. Schwingungsdämpfung) über die durch die Feldfehler erzwungene Diffusion der Teilchen nach außen überwiegt.

Die Zusatzdämpfung ist vom azimutalen Verlauf der Funktion $n(\theta)$ weitgehend unabhängig und wegen der notwendig endlichen Öffnung des Teilchenstrahles ebenso unvermeidbar wie die „Grunddämpfung" der Gl. (2).

Für das Betatron mit $0 < n < 1$ gibt es keine ebenso allgemeine Abschätzung wie Gl. (7) für das stark fokussierende Synchrotron, vielmehr ist gegen Ende der Beschleunigung $r_{\max} \ll R_s/n$, weshalb der Anteil der Zusatzdämpfung hier wesentlich kleiner wird.

BESPRECHUNG

Chemistry of the Defect Solid State. Von A. L. G. Rees. Verlag Methuen & Co., London 1954. VIII, 126 S. mit 42 Abb.; Preis geb. 8 s. 6 d. net.

Der Verfasser, Mitglied der Chemical Physics Section der Commonwealth Research Organisation in Melbourne, bringt u. a.: 1. Ideale, unvollkommene und defekte kristallisierte Festkörper. 2. Elemente der Theorie des defekten festen Zustands. 3. Experimentellen Zugang zu diesem Gebiet. 4. Chemische Konsequenzen der Existenz von Defekten. 5. Anlauf- und einfache Zerfallsreaktionen. 6. Heterogene Katalyse.

Im 1. Kapitel wird von bekannten Beispielen aus (Schottky und Frenkel — Fehlordnung; F-Zentren in NaCl; AgCl — $CdCl_2$ anomale Mischkristalle usw.) ein Überblick gegeben. Der Autor stellt eine neue Symbolik des Fehlordnungszustandes von Kristallen zur Diskussion, in der z. B. die Dissoziation von ZnO bei hohen Temperaturen so aussieht:

$$\triangle + (Zn^{2+} \mid \square_s^{+})\,(O^{2-} \mid \square_s^{-}) \rightleftarrows (l_2 \mid Zn^{2+} \mid \triangle) + \square_s^{+} + \square_s^{-} + \tfrac{1}{2}\,O^2 \rightarrow$$

($\triangle$ Zwischengitterplatz, $\square$ Gitterplatz — ähnlich von Schottky eingeführt — Index s bezieht sich auf Oberfläche, surface).

Kapitel 2 bringt neben der Schottky-Wagnerschen Theorie der Fehlordnung die Behandlung von Verbindungen mit starken Abweichungen von der stöchiometrischen Zusammensetzung, die Quantentheorie des fehlgeordneten Kristalls und die Theorie der Ionenleitung und Diffusion.

Im 3. Kapitel werden u. a. Lichtabsorption, Ionenleitung, Strukturen defekter Kristalle besprochen. In den beiden folgenden Kapiteln werden die üblichen Darstellungen insbesondere ergänzt durch Besprechung der beteiligten Elektronenübergänge.

Im ganzen wird ein großes theoretisches und experimentelles Material auf knappem Raum behandelt, mit hinreichenden Literaturangaben für ein weiteres Studium, vielleicht nicht immer eine leichte Lektüre.

W. Jost, Göttingen.

BERICHTIGUNG

Zu G. Herrmann und F. Strassmann, Suche nach 6—10 d Sr → > 100 d Y in der Uranspaltung, Band **10 a**, 146 (1955).

S. 150, rechte Spalte, 5. Zeile von unten muß es heißen „keine" statt „eine".

Nachdruck — auch auszugsweise — nur mit schriftlicher Genehmigung des Verlags gestattet

Verantwortlich für den Inhalt: A. Klemm

Satz und Druck H. Laupp jr Tübingen